

Selbsteinschätzungstest Mathematischer Schulstoff

Zum Geleit

An der ETH Zürich durchlaufen die Studierenden fast aller Studienrichtungen eine anspruchsvolle Mathematikausbildung. Sie bildet die Basis für die weiteren fachspezifischen Vorlesungen. Die Mathematikvorlesungen bauen dabei auf dem Maturitätsstoff auf. Schülerinnen und Schüler, die am Gymnasium ein mathematisches Schwerpunkt- oder Ergänzungsfach belegt haben, sind in den meisten Fällen gut auf ein ETH-Studium vorbereitet. Wer aber nur das Grundlagenfach Mathematik gewählt oder ein Zwischenjahr gemacht hat, fühlt sich vielleicht unsicher, ob er oder sie einem ETH-Studium gewachsen ist. Der vorliegende Selbsteinschätzungstest Mathematik kann Ihnen helfen, Ihren Ausbildungs- und Leistungsstand zu bestimmen und gegebenenfalls vorhandene Lücken aufzudecken, die dann gezielt durch weitere Vorbereitung geschlossen werden können. Die Fragen umfassen den gesamten Stoff des Grundlagenfachs Mathematik bis zum Ende des Gymnasiums.

Wir möchten schliesslich darauf hinweisen, dass die Kenntnisse und Fähigkeiten in Mathematik nur *ein* Erfolgsfaktor für Ihr Studium unter vielen sind. Ebenso wichtig sind Ausdauer, Selbstdisziplin, Fleiss, Talent und Arbeitstechnik. Aus einem guten Testergebnis können Sie daher nicht automatisch einen Erfolg im Studium ableiten. Lassen Sie sich umgekehrt von einer unterdurchschnittlichen Punktezahl nicht entmutigen, sondern nehmen Sie dieses Ergebnis als Anlass, Ihre Mathematikkenntnisse seriös aufzufrischen und zu ergänzen. Die Studienberater von Studienorientierung & Coaching (SoC) stehen Ihnen für eine Einordnung Ihres Testresultates und für die weitere Beratung bei Ihrer Studienwahl zur Verfügung (www.ethz.ch/studienberatung -> Persönliche Studienberatung).

Der Test umfasst

- I. Multiple-Choice-Fragen
- II. Lösungen und Erklärungen
- III. Literaturempfehlungen

I. Die Multiple-Choice-Fragen

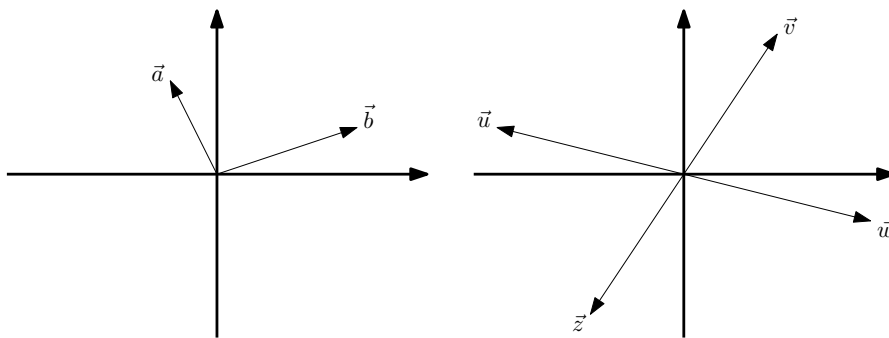
Bei jeder Fragen ist jeweils genau eine Antwort korrekt. Verwenden Sie als Hilfsmittel nur Papier und Stift.

Planen Sie eine Bearbeitungszeit von 80 bis 90 Minuten ein.

Bearbeiten Sie zuerst alle Fragen, bevor Sie Ihre Antwort mit Hilfe des Lösungsteils überprüfen.

Frage 1

Gegeben seien folgende Vektoren



Welcher der Vektoren \vec{u} , \vec{v} , \vec{w} und \vec{z} stellt den Vektor $\vec{b} - \vec{a}$ dar?

- \vec{u}
- \vec{v}
- \vec{w}
- \vec{z}

Frage 2

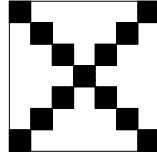
Sei $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$. Dann ist $|\vec{a}| =$

- 1.
- 2.
- 3.
- 9.
- Keines davon.

Frage 3

In einem Quadrat der Seitenlänge 2013 sind 1×1 -Quadrate entlang der beiden Diagonalen schwarz gefärbt, die Restfläche ist weiss.

Beispiel: Für ein Quadrat mit Seitenlänge 7 sieht es so aus:

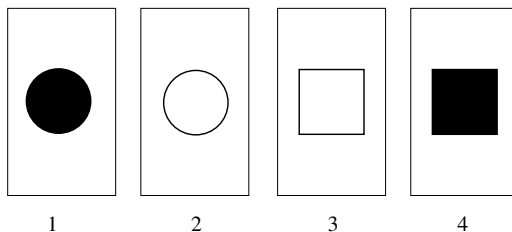


Bestimmen Sie den Flächeninhalt der weissen Fläche des 2013×2013 -Quadrats.

- 2009 · 2010
- 2010 · 2010
- 2011 · 2012
- 2011 · 2011
- 2012 · 2012

Frage 4

Karl hat auf jede der vier abgebildeten Karten eine Kreisscheibe auf einer Seite und ein Quadrat auf der anderen Seite gezeichnet.



Karl stellt folgende Behauptung auf:

Ist die Kreisscheibe schwarz, dann ist auch das Quadrat auf der Karte schwarz.

Um mich von seiner Behauptung zu überzeugen, muss ich nicht alle Karten umdrehen. Es genügt

- die Karte 1 umzudrehen.
- die Karte 3 umzudrehen.
- die Karten 1 und 2 umzudrehen.
- die Karten 3 und 4 umzudrehen.
- die Karten 1 und 3 umzudrehen.
- die Karten 1, 3 und 4 umzudrehen.

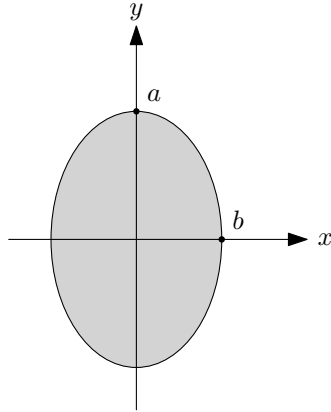
Frage 5

Die Schnittmenge eines Würfels mit einer Ebene sei ein Vieleck. Bestimmen Sie die maximale Anzahl von Ecken dieses Vielecks.

- 3
- 4
- 6
- 8
- Keine der anderen Antworten ist korrekt.

Frage 6

Gegeben sei eine Ellipse



Rotiert diese um die x -Achse, erhalten wir ein Ellipsoid E_x , rotiert die Ellipse um die y -Achse, erhalten wir ein Ellipsoid E_y .

Angenommen, es sei $a > b$. Welche der folgenden Aussagen ist dann korrekt?

- $E_x = E_y$
- $E_x \neq E_y$, mit $\text{Vol}(E_x) = \text{Vol}(E_y)$
- $E_x \neq E_y$, mit $\text{Vol}(E_x) > \text{Vol}(E_y)$
- $E_x \neq E_y$, mit $\text{Vol}(E_x) < \text{Vol}(E_y)$

Frage 7

Welche der folgenden Rechenregeln stimmt für alle positiven reellen Zahlen a und b ?

- $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$
- $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$
- $(a+b)(c+d) = ac + bd$
- $\ln(a+b) = \ln(a) + \ln(b)$
- Keine.

Frage 8

Welche reellen Zahlen x erfüllen die Ungleichung $|x - 2| \leq 3$?

- Die Ungleichung ist niemals erfüllt.
- $x \leq 5$
- $x \in [-3, 3]$
- $x \geq -1$
- Keine der obigen Antworten ist richtig.

Frage 9

Die Lösungsmenge der Gleichung $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$ ist ...

- leer.
- $\{-1, 1\}$.
- $\{-2, -1, 1, 2\}$.
- $\{-\sqrt{2}, -1, 1, \sqrt{2}\}$.
- Keine der Aussagen stimmt.

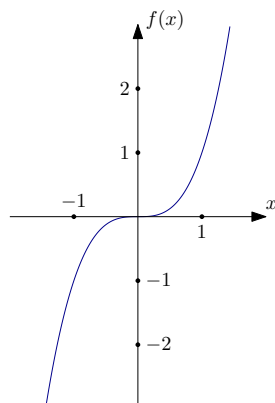
Frage 10

Welcher der folgenden Ausdrücke ist für $a, b > 0$ gleich $\ln(a^4b^2) - \ln(a^2b^{-2})$?

- $6 \ln(a)$
- $2 \ln(a) - 4 \ln(b)$
- $\frac{\ln(a^2b)}{\ln(ab^{-1})}$
- $\ln(a^2b^4)$
- Keine der obigen Antworten ist richtig.

Frage 11

Die Abbildung zeigt den Graphen der Funktion f mit $f(x) = x^3$.
Durch Verschieben um 2 Einheiten nach rechts erhalten wir den Graphen einer neuen Funktion g . Wie lautet die Funktionsgleichung von g ?



- $g(x) = (x - 2)^3$
- $g(x) = (x + 2)^3$
- $g(x) = x^3 - 2$
- $g(x) = x^3 + 2$
- Keine der obigen Antworten ist richtig.

Frage 12

Bestimmen Sie $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

- 0
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 1
- Das geht nur mit einem Taschenrechner.

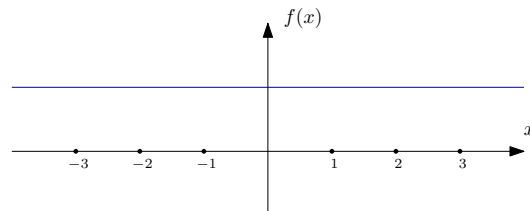
Frage 13

Für welches n ist $\cos\left(\frac{\pi}{n}\right) > \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)$?

- $n = 2$
- $n = 3$
- $n = 4$
- $n = 5$
- Das geht nur mit einem Taschenrechner.

Frage 14

Welche Funktion $x \mapsto f(x)$ passt zum folgenden Graphen?



- $x \mapsto \sin(x) + \cos(x)$
- $x \mapsto \sin^2(x) + \cos^2(x)$
- $x \mapsto \sin(x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$
- $x \mapsto \sin(x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$
- $x \mapsto \sin^2(x) - \cos^2(x)$

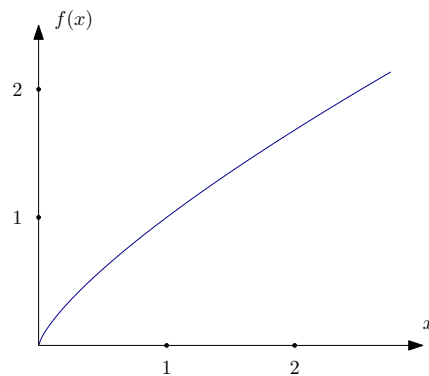
Frage 15

Welche Periode hat die Funktion f mit $f(x) = \sin(2x)$?

- Es liegt keine Periode vor.
- $\frac{\pi}{2}$
- 2
- π
- π^2

Frage 16

Welche Funktion $x \mapsto f(x)$ passt zur folgenden Kurve?



- $x \mapsto x^3$
- $x \mapsto x^{\frac{4}{3}}$
- $x \mapsto x^{\frac{3}{4}}$
- $x \mapsto x^{-\frac{4}{3}}$
- $x \mapsto x^{-3}$

Frage 17

Gegeben sei die Ebene E mit $E : x + 2y - z = 4$. Welche der folgenden Ebenen ist parallel zu E aber nicht identisch?

- $F : 2x + 4y - 2z = 8$
- $G : \begin{cases} x = 2 + 2s + t \\ y = 2 - s \\ z = 2 + t \end{cases}$
- $H : \begin{cases} x = 2 + 2s + t \\ y = 2 + s \\ z = 2 + t \end{cases}$
- $L : \begin{cases} x = 2 + 4s - t \\ y = -2s \\ z = -t \end{cases}$

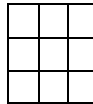
Frage 18

Welchen geometrischen Ort beschreibt die Gleichung $x^2 + 6x + y^2 - 7 = 0$?

- Einen Kreis mit Mittelpunkt $(3, 0)$ und Radius $r = 4$
- Einen Kreis mit Mittelpunkt $(-3, 0)$ und Radius $r = 4$
- Einen Kreis mit Mittelpunkt $(-3, 0)$ und Radius $r = 16$
- Einen Kreis mit Mittelpunkt $(3, 0)$ und Radius $r = \sqrt{7}$
- Eine nach unten geöffnete Normalparabel mit Scheitel bei $(-3, 16)$

Frage 19

Sara malt die 9 Felder einer Zeichnung mit Farbstiften an. Sie besitzt Stifte in 12 unterschiedlichen Farben. Sara malt genau 3 Felder gelb an und die weiteren Felder jeweils mit einer beliebigen der anderen Farben.



Wie viele Möglichkeiten hat sie dafür?

- $\binom{9}{3}$
- 11^6
- $\binom{9}{3} \cdot 11^6$
- $9!$
- $12^9 - 3$

Frage 20

Eine Urne enthält rote und weiße Kugeln, insgesamt befinden sich 40 Kugeln in der Urne. Die Wahrscheinlichkeit, beim gleichzeitigen Herausgreifen von 2 Kugeln 2 weiße zu ziehen, ist $\frac{9}{20}$.

Wie viele weiße Kugeln befinden sich in der Urne?

- Das lässt sich nicht entscheiden.
- 13
- 18
- 26
- 27

Frage 21

Eva und Adam werfen Münzen: Eva bezahlt Adam einen Einsatz von x Franken, dann werden zwei Münzen geworfen. Es gelten folgende Regeln:

- Kommt zweimal Kopf, erhält Eva nichts.
- Kommt zweimal Zahl, erhält Eva ihren Einsatz zurück.
- Zeigt eine Münze Kopf, die andere Zahl, erhält Eva ihren Einsatz plus einen Franken zurück.

Bei welchem Einsatz x ist das Spiel fair, das heißt, weder Adam noch Eva verdienen auf lange Sicht?

- Das Spiel ist nie fair.
- $x = 1$
- $x = 2$
- $x = 3$
- Bei jedem Einsatz x .
- Das lässt sich nicht entscheiden.

Frage 22

Wir nehmen an, dass ein neugeborenes Baby mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ ein Knabe (K) und mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ ein Mädchen (M) ist. Welche Folge der Geschlechter bei sechs aufeinanderfolgenden Geburten ist am wahrscheinlichsten?

- $KKMMM K$
- $KKKMMM$
- $KKKKKK$
- $KMKMKM$
- Alle sind gleich wahrscheinlich.

Frage 23

Der Grenzwert

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - 1}{10n^3 + n + 21}$$

ist gleich ...

- $-\frac{1}{21}$.
- 0.
- $\frac{1}{32}$.
- $\frac{1}{5}$.
- ∞ .

Frage 24

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \dots$$

ist gleich ...

- $\frac{5}{8}$.
- $\frac{2}{3}$.
- $\frac{11}{16}$.
- $\frac{3}{2}$.
- ∞ .

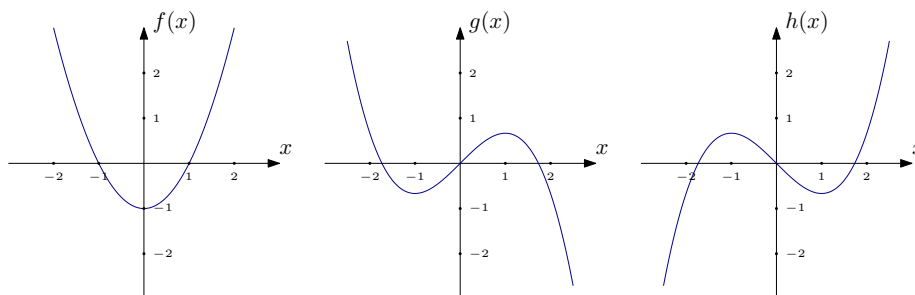
Frage 25

Der Grenzwert

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+h} - \sqrt{2}}{h}$$

ist gleich ...

- 0.
- $\frac{1}{2\sqrt{2}}$.
- $\frac{1}{2}$.
- $\frac{1}{\sqrt{2}}$.
- ∞ .

Frage 26Das folgende Bild zeigt die Graphen dreier Funktionen $f, g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, von denen eine die Ableitung einer der anderen ist. Welche Aussage ist richtig?

- $f' = g$
- $f' = h$
- $g' = f$
- $g' = h$
- $h' = f$
- $h' = g$

Frage 27

Sei f die Funktion mit $f(x) = e^{2x}$. Wie lautet die Gleichung der Ableitung f' ?

- $f'(x) = 2xe^{2x-1}$
- $f'(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$
- $f'(x) = 2e^{2x}$
- $f'(x) = e^{2x}$
- Keine der obigen Antworten ist richtig.

Frage 28

Sei $f(x) = \ln(\sin x)$ mit $x \in]0, \pi[$. Wie lautet die Gleichung der Ableitung?

- $f'(x) = \frac{1}{\sin(x)}$
- $f'(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$
- $f'(x) = \ln(\cos(x))$
- $f'(x) = \frac{1}{x} \sin(x) + \ln(\cos x)$
- $f'(x) = \cos(x) \ln(\sin x)$

Frage 29

Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = -\cos(3x)$. Bestimmen Sie die Steigung der Tangente an den Graphen von f in $\frac{\pi}{2}$.

- -3
- 1
- $3 \sin(3)$
- 3
- Die Tangente existiert nicht.

Frage 30

Wir definieren zwei neue Funktionen Sinushyperbolicus $\sinh x$ und Kosinushyperbolicus $\cosh x$ wie folgt:

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \text{und} \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

Die Ableitung von Kosinushyperbolicus, $\frac{d}{dx} \cosh x$, ist ...

- $\sinh x$.
- $\cosh x$.
- $-\sinh x$.
- $-\cosh x$.

Frage 31

Welche der folgenden Gleichungen ist für reellen Zahlen x richtig?

- $\sinh^2 x - \cosh^2 x = 1$
- $\cosh^2 x + \sinh^2 x = 1$
- $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$
- $\cosh^2 x + \sinh^2 x = 0$

Frage 32

Das Integral $\int_0^2 3x^2 dx$ ist gleich ...

- $\frac{4}{3}$.
- 2.
- $\frac{8}{3}$.
- 4.
- 8.

Frage 33

Das Integral $\int_0^1 e^{-2t} dt$ ist gleich ...

- $1 - \frac{1}{e^2}$.
- $\frac{1}{2e^2}$.
- $\frac{1}{2} - \frac{1}{e^2}$.
- $1 - \frac{1}{2e^2}$.
- $\frac{1}{2} - \frac{1}{2e^2}$.

Frage 34

Das Integral $\int_{-1}^1 |t| dt$ ist gleich ...

- 0.
- 1.
- 2.
- 4.
- Keine der obigen Antworten ist richtig.

Frage 35

Sei f die Funktion mit $f(x) = \int_3^x \sin(t) dt$. Wie lautet die Gleichung der Ableitung?

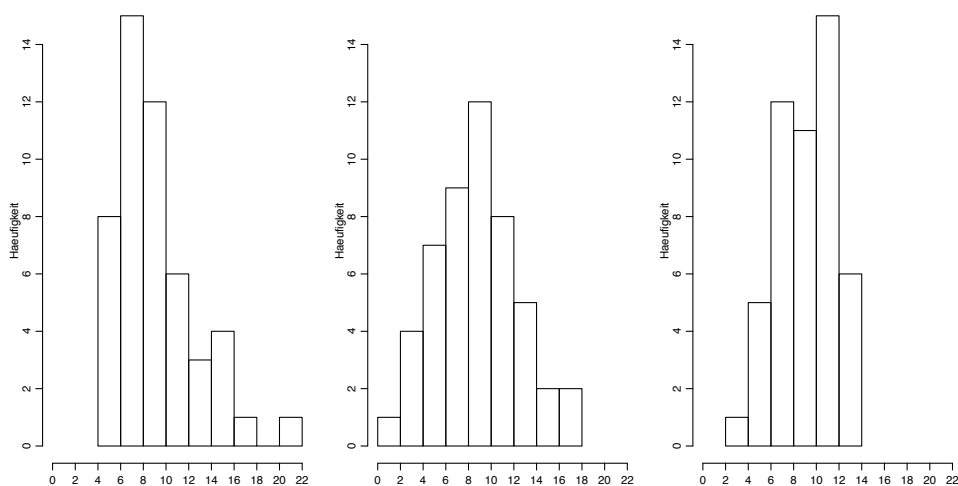
- $f'(x) = \cos(x) - \cos(3)$
- $f'(x) = \sin(x) - \sin(3)$
- $f'(x) = \cos(x)$
- $f'(x) = \sin(x)$
- Keine der Gleichungen ist korrekt.

Frage 36

Für drei Datensätze wurden der Mittelwert, der Median und die Standardabweichung berechnet. Es ergaben sich die folgenden Werte

	Datensatz 1	Datensatz 2	Datensatz 3
Mittelwert	8.77	9.05	9.13
Median	8.76	8.18	9.23
Standardabweichung	3.80	3.44	2.56

Ferner sind die Histogramme der 3 Datensätze gegeben.



Welches ist die richtige Zuordnung der 3 Histogramme links, Mitte und rechts zu den Datensätzen ?

- 1 – links, 2 – Mitte, 3 – rechts
- 1 – links, 3 – Mitte, 2 – rechts
- 2 – links, 1 – Mitte, 3 – rechts
- 3 – links, 2 – Mitte, 1 – rechts
- 2 – links, 3 – Mitte, 1 – rechts
- 3 – links, 1 – Mitte, 2 – rechts

III. Literaturempfehlungen

Eventuell sind Sie aufgrund der Auswertung Ihres Selbsteinschätzungstests zum Schluss gekommen, dass Sie sich auf Ihr geplantes ETH-Studium noch weiter vorbereiten möchten. Dabei kann es darum gehen, gezielt Lücken im Mathematikstoff zu schliessen, oder den Mathematik-Maturastoff generell noch einmal aufzufrischen. Die folgenden Hinweise können Ihnen helfen, sich für ein Buch zu entscheiden, das auf Ihre Bedürfnisse zugeschnitten ist.

Mathematik zum Studienbeginn: Grundlagenwissen für alle technischen, mathematisch-naturwissenschaftlichen und wirtschaftswissenschaftlichen Studiengänge

Arnfried Kemnitz

Vieweg+Teubner, 423 Seiten

Das Buch repetiert den gesamten Maturastoff der Mathematik und ist vom Stil und Inhalt her gut auf die Einführungsvorlesungen an der ETH zugeschnitten. Der Stoff wird anhand von zahlreichen Beispielen illustriert, jedoch werden keine Übungsaufgaben angeboten.

Brückenkurs Mathematik: für Studieneinsteiger aller Disziplinen

Guido Walz, Frank Zeilfelder, Thomas Rießinger

Spektrum Akademischer Verlag, 375 Seiten plus 15 Seiten Formelsammlung

Das Buch deckt den üblichen Maturastoff in Mathematik ab und erklärt die Theorie sehr ausgiebig. Man findet zudem hier genügend Beispiele und einige Übungsaufgaben mit kurzen Lösungen.

Starthilfe Mathematik: Für Studienanfänger der Ingenieur-, Natur- und Wirtschaftswissenschaften

Winfried Schirotzek, Siegfried Scholz

Vieweg+Teubner, 139 Seiten

Dieses Buch ist sehr kompakt und deckt den Maturastoff mit Ausnahme der Stochastik ab. Die Theorie wird kurz erklärt und mit Beispielen und Bildern unterlegt. Allerdings gibt es keine Übungsaufgaben zum Stoff.

Die folgenden beiden Bücher haben einen etwas anderen Charakter, sind aber auch durchaus lohnenswert:

Grundwissen Mathematik: Ein Vorkurs für Fachhochschule und Universität
Jan van de Craats, Rob Bosch

Springer, 324 Seiten

In diesem Buch steht weniger die Theorie, die in allen Abschnitten nur kurz beleuchtet wird, im Vordergrund, als das Üben. Man findet zahlreiche (zum Teil repetitive) Aufgaben sowie deren Ergebnisse (jedoch ohne Lösungsweg). Die Stochastik fehlt.

Brückenkurs Mathematik: Eine Einführung mit Beispielen und Übungsaufgaben

Karl Bosch

Oldenbourg, 272 Seiten

In diesem Buch wird der Maturastoff mit Ausnahme der Vektorgeometrie und der Stochastik abgedeckt, allerdings auf recht elementarem Niveau. Die Theorie

wird kurz dargelegt und mit Beispielen veranschaulicht. Bei den zahlreichen Übungsaufgaben sind die Ergebnisse jeweils mit kurzem Lösungsweg angegeben.

Wer sich für ein Mathematik- oder ein Physikstudium interessiert, findet vielleicht eines der folgenden Bücher hilfreich:

Vorkurs Mathematik: Ein kompakter Leitfaden

Joachim Erven, Matthias Erven, Josef Hörwick

Oldenbourg Verlag, 252 Seiten

Das Buch bietet eine gute Auswahl an Übungsaufgaben mit ausführlichen Lösungen. Die Darstellung ist eher abstrakt, aber korrekt und verständlich. Der Stoff wird mit guten Graphiken illustriert, jedoch nur mit wenigen Beispielen unterlegt. Bis auf die Stochastik werden alle wesentlichen Teile des gymnasialen Mathematikstoffs abgedeckt.

Mathematik für Einsteiger: Vor- und Brückenkurs zum Studienbeginn

Klaus Fritzsche

Spektrum Akademischer Verlag, 400 Seiten

Dieses Buch ist für Mathematikstudentinnen und -studenten gedacht. Es dient nicht nur zur Vorbereitung, sondern auch als Begleitbuch während des ersten Studienjahrs. Der Text erklärt grundlegende abstrakte mathematische Begriffe auf verständliche Weise. Die Stochastik wird nicht behandelt.

Survival-Kit Mathematik: Mathe-Basics zum Studienbeginn

Albrecht Beutelspacher

Vieweg+Teubner, 237 Seiten

Dieses Buch ist gedacht als Studienbegleitmaterial für ein Mathematikstudium. Es führt sehr konzis wichtige Begriffe ein und bietet direkt darauf abgesehen zu jedem Begriff eine Handvoll Übungsaufgaben. Die Stochastik ist ausgeklammert.