Beispiele & Uebungen zu "1.3 Gruppen"   Dez 00 / Gub

① Die 'Symmetrische Gruppe' S_n aller Permutationen einer n-Elementigen Menge.

zB. S_3 : $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \right\}$

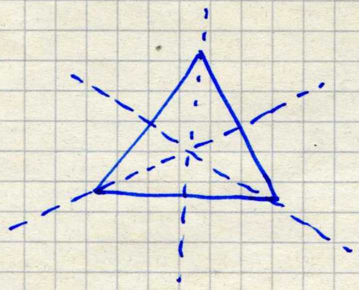
a) Gruppentafel

b) Wie viele Elemente hat S_4 , S_5 , S_n ??

c) Die 'zyklischen Vertauschungen' bilden selber auch schon eine Gruppe, die man C_n schreibt.

② Die Symmetriegruppe eines regulären n-Ecks (sog. Dieder-Gruppe D_n)

D_3 :



hat 6 Elemente !?

a) Gruppentafel für D_3

b) $D_3 \cong S_3$!

c) $D_4 \not\cong S_4$!!

d) $C_n \subset D_n$, wie vorher $C_n \subset S_n$

e) Wie steht es mit der ~~Symmetrie~~ Kommutativität von C_n und D_n ?

③ Die Symmetriegruppe eines beliebigen endlichen Polyeders.

a) 'Zündholzschachtel' ~ Quader

b) quadratisches Bauklötzli

c) Tetraeder

d) n-seitige reguläre Pyramide

e) !! Würfel, Oktaeder, Dodekaeder, Ikosaeder !!