

① Die folgende Geheimbotschaft  $c$  wurde gemäß unseren Konventionen in  $\mathbb{Z}_{31}$  mit der Verschlüsselungsmatrix  $m$  hergestellt:

$$m = \begin{pmatrix} 1 & 29 & 4 \\ 4 & 22 & 3 \\ 24 & 27 & 6 \end{pmatrix}; \quad c = \begin{pmatrix} 20 & 12 & 30 & 28 & 6 & 27 & 8 \\ 12 & 23 & 26 & 13 & 11 & 2 & 17 \\ 7 & 12 & 21 & 19 & 19 & 28 & 24 \end{pmatrix}$$

Wie lautet die Original-Botschaft?

②

$2 \times 3$		$1 \times 3$		$3 \times 1$		$3 \times 3$		$3 \times 2$
A		B		C		D		E

Welche Multiplikationen von 2 Matrizen aus  $\{A, B, C, D, E\}$  sind möglich, und welches Format hat das Produkt?

Beispielantworten:

$D \cdot C$	liefert	$3 \times 1$	
$A \cdot A$		/	(nicht möglich)
$C \cdot D$		/	" "

(möglich in einer systematischen Reihenfolge aufgeführt)

③ Schreiben Sie das Gleichungssystem in Matrix-Schreibweise. Bestimmen Sie dann dessen Lösung und die Inverse der  $3 \times 3$ -Matrix mit dem Gauß-Algorithmus. Der zugrundeliegende Zahlkörper ist  $\mathbb{Z}_7$ !

$$\begin{array}{rcl} 2x + 3y & = & 2 \\ x + 4y + 6z & = & 5 \\ 5x & + & z = 3 \end{array}$$

Mit welchen Eingaben können Sie Ihre Rechnung mit dem TR überprüfen?

④ Hat  $(2, 5)$  ein multiplikatives Inverses in  $\mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_7$ ? Welche Elemente in  $\mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_7$  haben kein solches Inverses?  
außer  $(0, 0)$

